ソリトン伝播に対する鎖間相互作用の効果

京都大学教養部物理　川崎辰夫

ソリトンを含む物理の非線型現象の分野での重要性は云う迄もないが、固体物性物理の中では、多くの場合マイナーな効果しか示さない。磁性体の場合もほぼ同様な位置にあると思われるが、実験データの中にソリトンを取り込んだ理論を必要とするものが現れて以来、急速な進展をみた。Meikeska が1次元磁性体におけるソリトンの理論的な導出に成功して以来、その妥当性および実験的検証は精力的になされてきたが、今のところソリトンの寄与を顕著に示すことには成功していない。そこで理論的、数学的な興味が先行することになる。ソリトンの理論と実験データをつき合わせたときの不一致から理論に求められる最初の課題は、実在物質に対する理論の構築である。磁性体を連続媒体として理論は作られたが、固体は結晶格子を組んだ離散性を持つ原子の集合体とみなさなければならない。結晶格子には必ず欠陥や不純物混入などの乱れが存在する。更にまた3次元物質を1次元系の集合とみる近似がどの程度影響を与えるのかも不明である。熱的ゆらぎ影響を無視出来る実験は無い。このようなファクターを一つづつ調べてゆくことがこの研究のねらいである。

離散格子の効果については、既に幾つかの理論的考察がなされている。それによると、先ず差分方程式か微分方程式かの違いが重要である。空間座標が連続的でないことから、ソリトンの幅と格子間隔との大小関係が問題となる。幅が格子間隔と同程度となる領域では、格子ポテンシャルの周期性がソリトンの運動に反映し、初期速度の減衰、振動およびポテンシャルによる補捉という連続媒体上ではみられない現象が現れる。速度の減衰は極めて顕著であり、定常速度は初期速度に余りよらない。

不純物の効果としては、当然周期性の崩れによる影響が考えられるが、ソリトンの運動を阻害する方向にのみ作用するものであろうか。質点の運動では、ポテンシャルはバリヤーとなり運動が阻害される場合ばかりでなく、谷となって寧ろ運動を加速する場合も存在する。ソリトンの運動にとっての対応物は何であろうか。

ソリトンの研究は、数学的な困難さのゆえに今のところ殆ど1次元系上に限られている。しかし実在物質を対象とするからには、次元の効果を確かめた上でなければ安易に無視出来るものではない。相互作用の相対比が 10^{-5} 程度ならば考慮しなくても良いと言い切れるのかどうか。

実験データとの対応には、熱的ゆらぎをとりいれる必要がある。ソリトンの自由ガスモデルについての統計力学で十分かどうか。汚いソリトンは寧ろマグノンの多重励起と考えたほうが熱との折り合いが良くなるのではないか。

昨年度の研究として、最初の問題、格子離散性の効果に取組み一応の結論に達したので、今年度は不純物効果および次元による効果に的を絞って考えた。

以下、容易面型1次元磁性体における計算機シミュレイションという立場から、今迄の成果を記す。

§１ 格子離散性の効果

取り上げるモデルハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = -J\sum_j S_j \cdot S_{j+1} + \frac{D}{2}\sum_j (S_j^z)^2 - H\sum_j S_j^x$$

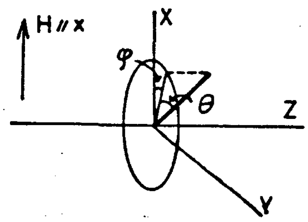


図１

で、それに従う運動方程式は、

$$\dot{S}_j = S_j \times [\, J(S_{j-1} + S_{j+1}) + H\hat{x} - DS_j^z\hat{z} \,]$$

となる。図のような極座標表示では、運動方程式は以下のように書き直される。

$$\dot{\phi}_j = J\tan\theta_j[\cos\theta_{j+1}\cos(\phi_{j+1}-\phi_j)+\cos\theta_{j-1}\cos(\phi_j-\phi_{j-1})]$$

$$- J[\sin\theta_{j+1}+\sin\theta_{j-1}]+D\sin\theta_j+H\tan\theta_j\cos\phi_j$$

$$\dot{\theta}_j = J[\cos\theta_{j+1}\sin(\phi_{j+1}-\phi_j)-\cos\theta_{j-1}\sin(\phi_j-\phi_{j-1})]-H\sin\phi_j$$

連続体極限で得られるサイン－ゴルドン方程式は、Ｈ／Ｄ≪ １、および $\sin(\phi_j - \phi_{j\pm1}) \sim \phi_j - \phi_{j\pm1}$、$\cos(\phi_j - \phi_{j\pm1}) \sim 1$ を付加的に導入している。サイン－ゴルドン方程式との差というときは、これらを総て含む形で考えている。

運動方程式は、格子スピン数200～400についてサイン－ゴルドン解を初期値として与え、直接数値積分を行う方法をとった。計算精度は、1/J単位で1000～2000ステップ後で、エネルギーおよびスピンの長さ保存について 10^{-5} 以上である。

サイン－ゴルドン解の安定性　離散格子上では厳密解となっていないので、格子上で安定な形に変形するかまたは徐々に崩壊して行く。その様子を図２に示す。崩壊に至る時間はソリトンの幅に強く依存する。磁場を変えることにより幅を制御した様子を図３に与える。崩壊の最も大きな原因としては、入力波の格子への不適合による容易面からのスピンの立ち上がりが考えられ、図４はその証拠として、ｚ－成分に関係したエネルギーの時間変化をプロットしてある。崩壊は突然引き起されるのではなく、内部では徐々に進行している現象なのである。振動現象は３種類考えられる。ソリトンの幅、振幅、および重心に振動が観測される。（図５）これらの現象は総てサイン－ゴルドン解には存在しない性格のものである。即ちソリトンの幅が格子間隔の10倍程度でも格子の離散性の影響は無視しえない。

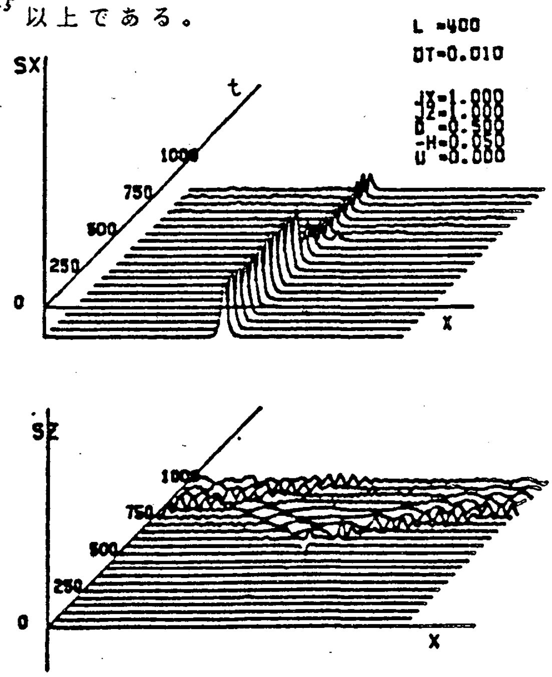


図２

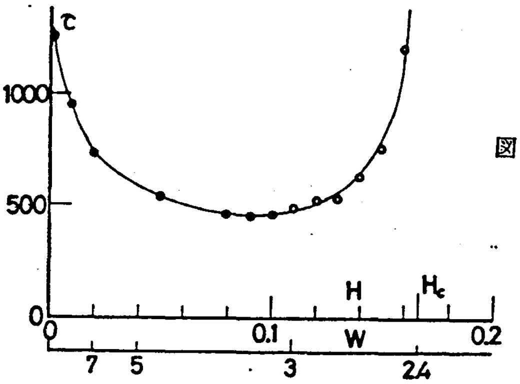


図 3

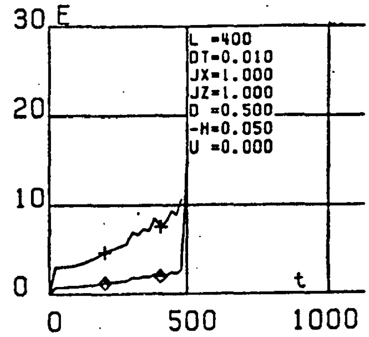
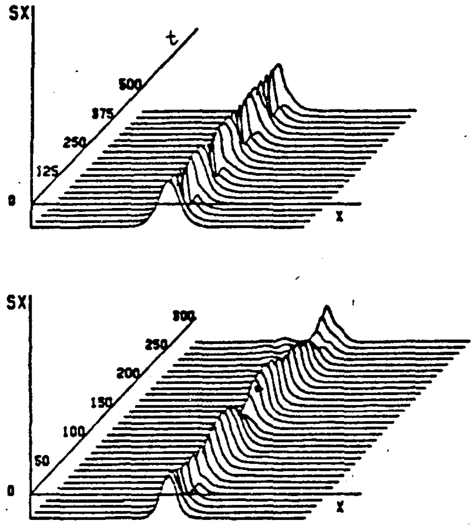


図 4



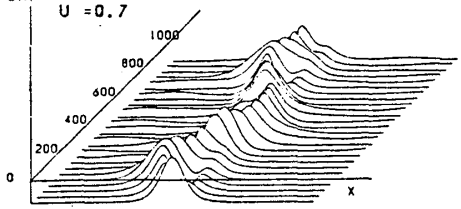


図 5

§ 2　結合された 1 次元系におけるソリトンの運動

サインーゴルドン系をそのまま 2 次元へ拡張したものは、安定解を持たないことが判っているが、チェインをたばねた形の系におけるソリトンの問題は未解決である。ここでの問題は寧ろ 1 次元ソリトンへの鎖間結合の影響である。先ず第一に考えられるのは、ソリトンの運動にたいする協力関係である。即ち、ソリトンはより安定化する場合があろう。チェイン間の相互作用が以下の形をしており、

$$H' = -J'\Sigma S_{n,j}\cdot S_{n+1,j}$$

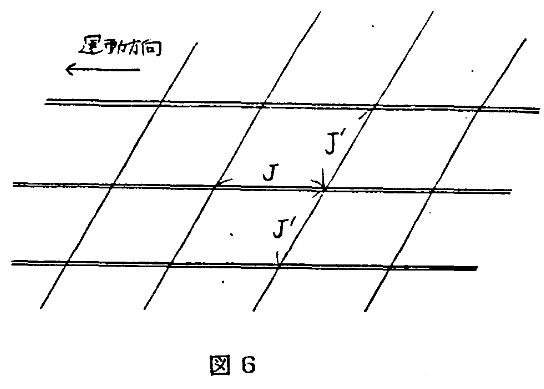
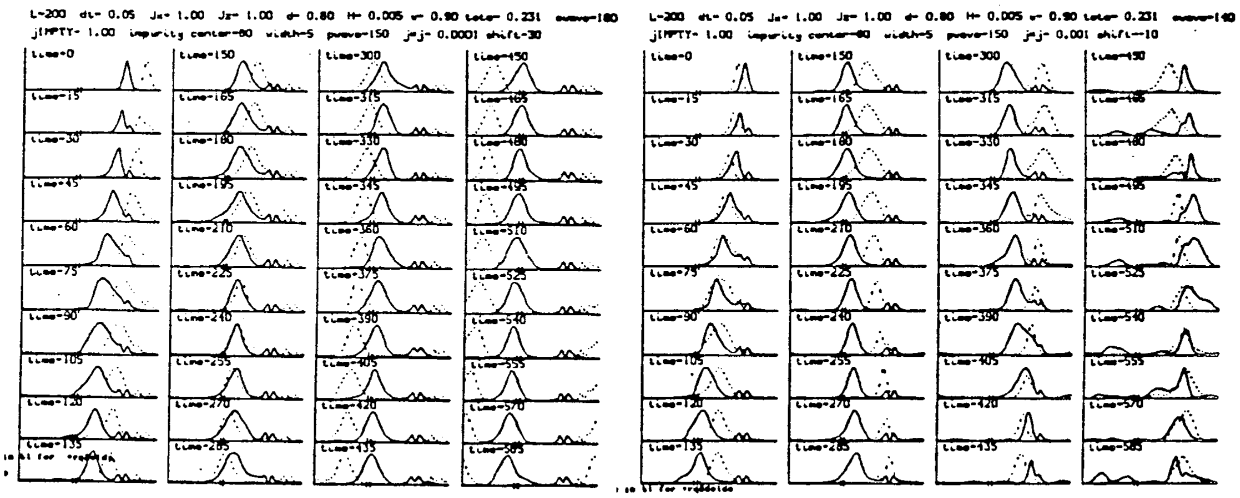


図 6

強磁性的のときは、ソリトンのエネルギーおよび運動方程式から、異なるチェイン間のソリトンは位相を揃える方向に運動する。また、たとえ不純物が存在しても、場合によっては協力的に乗り越えることが可能であろう。その相互作用の影響が現実となる下限は、力学運動への影響なので十分小さい可能性がある。以上の状況を明らかにするシミュレイションをおこなったが、チェイン間での鎖間結合を最近接に限定すると、余り大きな系を取り上げなくても、その性格は理解出来るように思われる。ここではチェインの本数を３および５としてその傾向をしらべた結果のみを報告する。チェイン両端およびチェイン間孝行への境界条件は、自由端および周期的の両モデルについて行ったが、定性的な差異は存在しなかった。以下では不純物ポテンシャルのない場合についてのみ結果を示す。図は横軸に座標を縦軸にスピンの x 成分を、時間を追ってプロットしてある。実線・点線は夫々異なるチェインのプロファイルを示している。初期位相にズレがあると、チェイン間の相互作用の為、位相を揃える方向に波は進行し、先行波からエネルギーを得た波が必ず追越してゆく。位相差の小さい場合には、エネルギーの移動が小さいため、一方の波が先行してしまうということがなく、互いの引力圏内でエネルギーの交互移動のため波は振動する。これらの現象が、チェイン間相互作用 J' がチェイン内相互作用の僅か 10^{-5} 程度で既に顕著であることは驚くべきことであろう。



追越す例　　図７　　振動する例

不純物ポテンシャルの存在する場合は、別の機会に譲る。

以上、２年間の研究によって、磁性体内のソリトンの運動は、純粋数学的なモデルにおける解は、かなり不十分で、実験データとの比較の前に未だ多くの問題が存することが理解された。

文献　§１については、Prog.Theor.Phys.75-3 in press 参照

§２　G.H.Derrick, J.Math.Phys.5(1964)　多次元ソリトンの安定性

B.Horovitz,J.A.Krumhansl and E.Domany, Phys.Rev.Lett.38(1977),778 多次元

A.C.Scott, Physica Scripta 25(1982),651 擬１次元ソリトン